

1. Un pulso de una onda que se desplaza a lo largo del eje X viene dado por la siguiente función:

$$y(x, t) = \frac{2}{1 + (x + 3t)^2}$$

donde x se mide en centímetros y t en segundos.

- Determina la amplitud del pulso.
- ¿Con qué velocidad se mueve y en qué sentido se desplaza?
- Traza la forma de la onda en $t = 0$, $t = 1$ s, y $t = 2$ s, y comprueba el sentido del desplazamiento.

Sol: a) 2 cm; b) 3 cm/s; en el sentido negativo del eje X

2. Una onda armónica se mueve hacia la izquierda con una amplitud de 10 cm, una longitud de onda de 0,5 m y un período de 0,2 s. Escribe la ecuación que representa dicha onda si $y = 10$ cm en $x = 0$ en el instante inicial. Determina igualmente la velocidad de propagación de la onda.

Sol: $y(x, t) = 0,1 \cos(4\pi x + 10\pi t)$ m; $v = 2,5$ m/s

3. Escribe la ecuación de una onda armónica que avanza en el sentido positivo del eje X con una amplitud de 15 cm y una frecuencia de oscilación de 350 Hz, si su velocidad de propagación es de 200 cm/s.

Sol: $y(x, t) = 15 \sin \pi(3,5x - 700t)$ cm

4. Una onda armónica transversal se desplaza hacia la derecha (sentido positivo) en la dirección X y tiene una amplitud de 4 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz. Determina:

- La velocidad de propagación de la onda.
- La fase inicial si en $x = 0$ y $t = 0$ la elongación es de -2 cm.
- La expresión matemática de la onda.
- La distancia que separa dos puntos del eje X que oscilan con una diferencia de fase de $\pi/3$ rad.

Sol: a) 32 cm/s; b) $2\pi/3$ rad; c) $y(x, t) = 4 \cos(\pi/2 x - 16\pi t - 2\pi/3)$ m; d) $2/3$ cm

5. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es:

$$y(x, t) = 0,06 \cdot \cos 2\pi(4t - 2x) \quad (\text{S.I.})$$

- Calcule la diferencia de fase entre los estados de vibración de una partícula de la cuerda en los instantes $t = 0$ y $t = 0,5$ s.
- Haga una representación gráfica aproximada de la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores.

Sol: a) $\Delta\varphi = 4\pi$ rad

6. Una onda armónica viene dada por la ecuación:

$$y = 10 \sin 3\pi(3x + 30t) \text{ cm}$$

- ¿En qué sentido se desplaza?
- Halla su amplitud, frecuencia, período y longitud de onda.
- ¿A qué velocidad se propaga?
- Si la onda se propaga por una cuerda, ¿cuál sería la velocidad máxima con la que oscilaría un punto cualquiera de la cuerda?

Sol: b) 10 cm; 45 Hz; $2,22 \cdot 10^{-2}$ s; 0,22 cm; c) 10 cm/s; d) 28,26 m/s

7. Escribe la ecuación de una onda que se propaga hacia el sentido negativo del eje X y que tiene las siguientes características: $A = 15$ cm, $\lambda = 0,4$ cm, $f = 5$ Hz. Ten en cuenta que y toma su valor máximo en $x = 0$ y $t = 0$.

Sol: $y = 15 \sin \pi(5x + 10t + 1/2)$ cm

8. Una partícula oscila verticalmente en la dirección Y, en torno al origen de coordenadas, con una amplitud de 2 cm y una frecuencia $f = 1/8$ Hz. La posición inicial de la partícula es $y = 2$ cm. Las oscilaciones de la partícula originan una onda armónica transversal que se propaga hacia X^+ . Sabiendo que la distancia entre dos puntos consecutivos del eje X que oscilan con un desfase de π radianes es de 20 cm, determina:

- La amplitud y frecuencia angular de la onda armónica.
- La longitud de onda y su velocidad de propagación.
- La expresión matemática de la onda.
- La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para un punto del eje X situado a 20 cm y el valor de dicha velocidad en $t = 10$ s.

Sol: a) $A = 2$ cm; $\omega = \pi/4$ rad/s; b) $\lambda = 0,4$ m; $v = 0,05$ m/s; c) $y = 0,02 \cos(5\pi x - \pi/4 t)$ m; d) $v_{\text{oscilación}} = 5\pi \cdot 10^{-3} \sin(5\pi x - \pi/4 t)$ m/s; $1,57 \cdot 10^{-2}$ m/s

9. Una onda armónica con una frecuencia de 20 Hz se propaga a una velocidad de 80 m/s. Determina:

- A qué distancia mínima se encuentran dos puntos cuyos desplazamientos están desfasados 30° .
- Cuál es el desfase, en un punto dado, entre dos desplazamientos que se producen en dos tiempos que distan 0,01 s.

Sol: a) $1/3$ m; b) 72°

10. Una cuerda sometida a una tensión constante de 60 N tiene una densidad lineal de 150 g/m. ¿Cuánta potencia debe suministrarse a la cuerda para producir ondas armónicas de una amplitud de 10 cm y una frecuencia de 30 Hz?

Sol: 533 W

11. Una cuerda tensa tiene una longitud de 8 m y pesa 8,7 N. Indica la potencia que debemos suministrarle para producir ondas armónicas que respondan a esta ecuación, $y = 10 \sin \pi (4x - 80t)$ cm.

Sol: 7,1 W

12. Dos ondas armónicas que se propagan en sentidos opuestos producen una onda estacionaria de ecuación:

$$y = 3 \sin 0,2x \cdot \cos 50t \text{ cm}$$

- a) Determina la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de las ondas componentes.
b) ¿Cuál es la distancia entre dos nodos consecutivos?

Sol: a) 10π cm; 25 Hz; 250 cm/s; b) 5π cm

13. La función de una onda estacionaria en una cuerda fija por sus dos extremos es:

$$y = 0,3 \sin 0,2x \cdot \cos 500t \text{ cm}$$

- a) Determina su longitud de onda y su frecuencia.
b) ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas transversales en dicha cuerda?
c) Si está vibrando en su cuarto armónico, ¿cuál es su longitud?

Sol: a) 31,41 cm, 79,62 Hz; b) 2 500 cm/s; c) 62,82 cm

14. Una onda estacionaria se establece en una cuerda de 2 m fija por ambos extremos. Cuando la frecuencia de la excitación es de 200 Hz, la cuerda presenta cuatro vientres.

- a) ¿Cuál es la longitud de onda?
b) ¿En qué armónico vibra la cuerda?
c) ¿Cuál es la frecuencia fundamental?

Sol: a) 1 m; b) en el 4^º; c) 50 Hz

15. Dos ondas armónicas tienen por ecuaciones:

$$y_1 = 3 \sin \pi (4x - 200t) \text{ m}$$

$$y_2 = 3 \sin \pi (4x - 200t - 0,15) \text{ m}$$

Halla la amplitud de la onda resultante y su frecuencia.

Sol: 5,83 m; 100 Hz

16. Una onda estacionaria tiene por ecuación:

$$y(x, t) = 10^3 \cos(\pi x/6) \cos(10\pi t) \quad (\text{S.I.})$$

- a) Calcule las características de las ondas cuya superposición da lugar a la onda dada.

- b) ¿Cuál sería la velocidad de la partícula situada en la posición $x = 3$ m? Comente el resultado.

Sol: a) $y_1 = 500 \cos(\pi x/6 + 10\pi t)$; $y_2 = 500 \cos(\pi x/6 - 10\pi t)$; b) $v = 0$ m/s

17. La ecuación de una onda es:

$$y(x, t) = 4 \sin(6t - 2x + \pi/6) \quad (\text{S.I.})$$

- a) Explique las características de la onda y determine la elongación y la velocidad, en el instante inicial, en el origen de coordenadas.
b) Calcule la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda, así como la diferencia de fase entre dos puntos separados 5 m, en un mismo instante.

Sol: a) $y(0,0) = 2$ m; $v(0,0) = 20,79$ m/s; b) $f = 3/\pi$ Hz; $v = 3$ m/s; $\Delta\phi = 10$ rad.

18. La ecuación de una onda es:

$$y(x, t) = 0,16 \cos(0,8x) \cos(100t) \quad (\text{S.I.})$$

- a) Con la ayuda de un dibujo, explique las características de dicha onda.
b) Determine la amplitud, longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación de las ondas cuya superposición podría generar dicha onda.

Sol: b) $A = 0,08$ m; $\lambda = 5\pi/2$ m; $f = 50/\pi$ Hz; $v = 125$ m/s

19. En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga de derecha a izquierda y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula.
b) Determine la velocidad de una partícula de la cuerda situada a 1 m del foco emisor en el instante 3 s.

Sol: a) $y = 0,1 \sin(20\pi x + 40\pi t)$ (SI); b) $v = 4\pi$ m/s